**Nazwa przedmiotu:**

Topologia

**Koordynator przedmiotu:**

dr hab. Irmina Herburt, prof. PW / dr hab. Danuta Kołodziejczyk, prof. PW

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Matematyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

1120-MA000-LSP-0235

**Semestr nominalny:**

3 / rok ak. 2023/2024

**Liczba punktów ECTS:**

5

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

Wykłady 15x2=30
Ćwiczenia 15x2=30
Prace domowe 30
Konsultacje 5
Przygotowanie do ćwiczeń 20
Przygotowanie do egzaminu 10
Zaliczenia, egzaminy 4
Razem 129 h = 5 ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

2

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

0

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład: | 30h |
| Ćwiczenia: | 30h |
| Laboratorium: | 0h |
| Projekt: | 0h |
| Lekcje komputerowe: | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Elementy logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa z geometrią, Analiza Matematyczna i Algebra (wszystkie w zakresie pierwszego roku studiów stacjonarnych).

**Limit liczby studentów:**

Bez limitu

**Cel przedmiotu:**

Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i metodami Topologii i możliwościami ich zastosowania w innych dziedzinach matematyki.

**Treści kształcenia:**

1.Wprowadzenie – Topologia jako nauka o niezmiennikach homeomorfizmów, uwagi o topologicznej klasyfikacji przestrzeni.
2.Przestrzenie metryczne. Kule, zbiory otwarte i domknięte w przestrzeniach metrycznych.
3.Przestrzenie topologiczne. Topologia indukowana przez metrykę. Porównywanie topologii. Wnętrze, domknięcie i brzeg w przestrzeniach topologicznych oraz ich własności. Zbiory gęste i brzegowe.
4.Podprzestrzeń przestrzeni topologicznej. Baza topologii, twierdzenie charakteryzacyjne. Iloczyn kartezjański przestrzeni topologicznych. Przestrzenie Hausdorffa.
5.Przekształcenia ciągłe i ich własności, równoważne charakteryzacje ciągłości. Homeomorfizmy i ich niezmienniki.
6.Przestrzenie metryczne zupełne. Zasada Banacha o kontrakcji . Tw. Cantora i Tw. Baire'a. Własność punktu stałego dla przekształceń i przestrzeni. Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym (informacyjnie).
7.Przestrzenie zwarte i ich własności. Równoważne warunki zwartości w przestrzeniach metrycznych. Przekształcenia ciągłe przestrzeni zwartych. Tw. Tichonowa o zwartości iloczynu kartezjańskiego przestrzeni zwartych (przypadek skończony). Podzbiory zwarte przestrzeni euklidesowych - charakteryzacja. Ciągłe i różnowartościowe przekształcenie przestrzeni zwartej na przestrzeń Hausdorffa jest homeomorfizmem. Tw. Weierstrasssa. Przestrzenie ośrodkowe.
8.Przestrzenie spójne i ich własności. Przekształcenia ciągłe przestrzeni spójnych. Tw. Darboux. Łukowa spójnosć. Składowe spójnosci.
9.Przestrzenie ilorazowe. O grupie podstawowej, jednospójności i hipotezie Poincarego (informacyjnie)

**Metody oceny:**

Ćwiczenia – do zdobycia 50 pkt. – za kolokwia (za 20 i 25 pkt.) i za aktywność na zajęciach (5 pkt). Warunkiem koniecznym zaliczenia jest niezerowa aktywność i zaliczenie drugiego kolokwium (na co połowę punktów) oraz uzyskanie co najmniej połowę (25,5 punktów) z ćwiczeń łącznie. Student, który nie zaliczył ćwiczeń może zaliczać je poprzez część zadaniową egzaminu otrzymując wówczas za ćwiczenia i część zadaniową egzaminu 2x uzyskany wynik.
Egzamin pisemny 50 pkt. (zadania 20 pkt. + test 30 pkt.). Z części zadaniowej można być zwolnionym, jeśli z ćwiczeń zdobędzie się co najmniej 30,5 punktów. Wtedy za część zadaniową egzaminu otrzymuje się ilość punktów proporcjonalną do wyniku z ćwiczeń. Wstępna ocena z egzaminu jest ustalana na podstawie sumy punktów z ćwiczeń i egzaminu pisemnego (od 51pkt – 3.0, od 61pkt - 3.5, od 71pkt – 4.0, od 81pkt – 4.5, od 91pkt – 5.0). Ostateczna ocena jest ustalana na egzaminie ustnym.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. Stanisław Betley, Józef Chaber, Elzbieta Pol i Roman Pol, Topologia (2013).
2. R. Engelking, K. Sieklucki, Geometria I Topologia, cz. II. Topologia, Warszawa, 1980.
3. O. Ya. Viro, O. A. Ivanov, N. Yu. Netsvetaev, V. M. Kharlamo, Elementary Topology Problem Textbook. (dostępna w pdf w Internecie).
4. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, Warszawa, 2004.
5. C. Kosniowski, Wprowadzenie do topologii algebraicznej, Poznań 1999.

**Witryna www przedmiotu:**

brak

**Uwagi:**

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka TOP\_W01 :**

Zna podstawowe pojęcia i koncepcje topologii takie jak: przestrzeń metryczna i topologiczna, zbiory otwarte i domknięte, domknięcie i wnętrze w przestrzeniach metrycznych i topologicznych, podprzestrzeń, przestrzeń Hausdorffa, baza przestrzeni topologicznej, produkt kartezjański, przestrzeń ilorazowa, Zna definicje przekształcenia ciągłego i homeomorfizmu oraz równoważne charakteryzacje ciągłości. Rozumie ideę topologicznej klasyfikacji przestrzeni.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_W17, M1\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_W02:**

Zna definicję zwartości przestrzeni topologicznej, przykłady i podstawowe własności zbiorów zwartych. Zna warunki równoważne zwartości w przestrzeniach metrycznych oraz charakteryzację zwartych podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Zna własności przekształceń ciągłych określonych na przestrzeniach zwartych. Zna pojęcie ośrodkowości przestrzeni topologicznej.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_W01, M1\_W17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_W03 :**

Zna pojęcie przestrzeni metrycznej zupełnej i przykłady przestrzeni metrycznych zupełnych. Zna podstawowe własności przestrzeni metrycznych zupełnych, w tym Twierdzenie Banacha o kontrakcji, Twierdzenie Baire’a i przykłady ich zastosowań. Ma elementarną wiedzę o pojęciach takich jak własność punktu stałego przekształceń i przestrzeni.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_W01, M1\_W17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_W04 :**

Zna pojęcia przestrzeni spójnej i łukowo spójnej, najprostsze własności przestrzeni spójnych oraz pojęcie składowych spójności. Zna własności przekształceń ciągłych określonych na przestrzeniach spójnych.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_W17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_W05:**

Wie o możliwościach wykorzystania metod topologicznych w innych dyscyplinach matematyki

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_W01, M1\_W17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka TOP\_U01 :**

Potrafi rozpoznawać podstawowe własności topologiczne podzbiorów przestrzeni metrycznej i topologicznej; znajdować wnętrze, domknięcie i brzeg zbiorów w przestrzeniach metrycznych i topologicznych (ze szczególnym uwzględnieniem podzbiorów przestrzeni euklidesowych).

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_U11, M1\_U14

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_U02 :**

Potrafi analizować problemy matematyczne i stosować poznane twierdzenia topologiczne do wyciągania wniosków.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_U02, M1\_U11, M1\_U12, M1\_U14

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_U03:**

Potrafi zastosować poznane twierdzenia w innych dziedzinach matematyki (np. zasadę Banacha o kontrakcji w Analizie, a Twierdzenie Baire’a do dowodu istnienia obiektów o szczególnych własnościach).

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_U02, M1\_U11, M1\_U14

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - kompetencje społeczne

**Charakterystyka TOP\_K01:**

Rozumie potrzebę uczenia się przez całe życie.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_K01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_K02:**

Potrafi odpowiednio określić priorytety służące realizacji określonego zadania

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_K03

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka TOP\_K03:**

Rozumie potrzebę podnoszenia kompetencji zawodowych i osobistych

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M1\_K05

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**