**Nazwa przedmiotu:**

Analiza matematyczna 1

**Koordynator przedmiotu:**

Dr hab. Anna Dembińska, Dr hab. Bogusława Karpińska, prof. PW

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Inżynieria i Analiza Danych

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

1120-IN000-ISP-0112

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2023/2024

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. godziny kontaktowe – 95 h; w tym
 a) obecność na wykładach – 45 h
 b) obecność na ćwiczeniach – 45 h
 c) konsultacje – 5 h
2. praca własna studenta – 70 h; w tym
 a) przygotowanie do ćwiczeń i do kolokwiów – 45 h
 b) zapoznanie się z literaturą – 10 h
 c) przygotowanie do egzaminu i obecność na egzaminie – 15 h
Razem 165 h, co odpowiada 6 pkt. ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

1. obecność na wykładach – 45 h
2. obecność na ćwiczeniach – 45 h
3. konsultacje – 5 h
Razem 95 h, co odpowiada 4 pkt. ECTS

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

.

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 45h |
| Ćwiczenia:  | 45h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Zakres wiedzy obowiązujący na maturze z matematyki w profilu rozszerzonym.

**Limit liczby studentów:**

.

**Cel przedmiotu:**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z badaniem zbieżności ciągów, liczeniem granic funkcji, badaniem ciągłości funkcji, liczeniem pochodnych i całkowaniem funkcji. Po ukończeniu kursu studenci powinni znać warunki konieczne i dostateczne zbieżności ciągów, reguły obliczania granic funkcji, własności funkcji ciągłych, zasady różniczkowania funkcji, własności funkcji różniczkowalnych oraz sposoby całkowania ważnych klas funkcji. Powinni także znać zastosowania praktycznie rachunku różniczkowego i całkowego oraz posiadać umiejętność:
- definiowania funkcji i opisywania ich własności,
- rozwijania funkcji we wzór Taylora,
- badania przebiegu zmienności funkcji,
- całkowania funkcji jednej zmiennej.

**Treści kształcenia:**

Zbiory ograniczone i ich kresy. Ciągi liczbowe o wyrazach rzeczywistych. Określenie granicy ciągu. Ciągi monotoniczne i twierdzenia o ich zbieżności. Ciąg ograniczony i twierdzenie Bolzano-Weierstrassa. Rachunek granic skończonych. Porównywanie ciągów. Symbole nieoznaczone. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Symbole ‘o’ małe i ‘O’ duże.
Funkcja rzeczywista jednej zmiennej rzeczywistej. Ograniczoność, monotoniczność i bijektywność funkcji. Superpozycja funkcji i funkcja odwrotna, związek między wykresami tych funkcji. Definicja Heinego i definicja Cauchy’ego granicy funkcji. Granice niewłaściwe, twierdzenia o granicach, twierdzenie o zachowaniu nierówności w granicy, twierdzenie o trzech funkcjach. Funkcje ciągłe, twierdzenia o funkcjach ciągłych. Granice jednostronne i ciągłość jednostronna. Granice górna i dolna. Związki z granicą. Asymptota pionowa, pozioma i ukośna.
Wielomiany i funkcje pierwiastkowe. Funkcje trygonometryczne i odwrotne do nich (funkcje cyklometryczne). Wzory redukcyjne i tożsamości trygonometryczne. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne, funkcja eksponencjalna i odwrotna do niej funkcja-logarytm naturalny. Funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich.
Twierdzenie o zachowaniu znaku przez funkcję ciągłą. Własność Darboux. Twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów przez funkcję ciągłą. Jednostajna ciągłość. Twierdzenie Cantora.
Definicja pochodnej funkcji i funkcji różniczkowalnej. Pochodne jednostronne. Interpretacja geometryczna pochodnej. Twierdzenia o pochodnej sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej. Twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej. Wyprowadzenie wzorów na pochodne funkcji elementarnych i odwrotnych do nich. Pochodne i różniczki wyższych rzędów. Twierdzenie Rolle’a. Twierdzenie Cauchy’ego. Twierdzenie Lagrange’a i wnioski dotyczące monotoniczności funkcji. Twierdzenie Taylora (wzór Maclaurina). Przybliżanie funkcji wielomianem i błąd tego przybliżenia. Obliczanie granic za pomocą reguły de l’Hospitala. Ekstrema funkcji, warunek konieczny istnienia ekstremum. Dwa twierdzenia omawiające warunek wystarczający istnienia ekstremum. Określenie funkcji wypukłych i wklęsłych. Związek między wypukłością funkcji a jej drugą pochodną. Punkty przegięcia, warunek konieczny istnienia punktu przegięcia. Badanie funkcji i jej wykres.
Definicja funkcji pierwotnej całki nieoznaczonej. Twierdzenia o funkcjach całkowalnych. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie. Twierdzenie o całkowaniu przez części. Całki rekurencyjne. Całkowanie funkcji wymiernych. Całkowanie funkcji trygonometrycznych, wykorzystywanie pewnych tożsamości trygonometrycznych, podstawienie uniwersalne. Całkowanie funkcji niewymiernych, podstawienie Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.

**Metody oceny:**

W semestrze odbywają się trzy kolokwia punktowane w skali od 0 do 15 punktów każde oraz trzy kartkówki punktowane w skali od 0 do 2 punktów. Punktowana jest także aktywność na ćwiczeniach, za którą można uzyskać od 0 do 9 punktów. Łącznie za ćwiczenia można uzyskać od 0 do 60 punktów. Do zaliczenia ćwiczeń wymagane jest zdobycie co najmniej 30 punktów. Semestr kończy się zaliczeniem ćwiczeń i egzaminem. Do egzaminu może przystąpić każdy student, który uczęszczał na ćwiczenia. Egzamin punktowany jest w skali od 0 do 60 punktów i składa się z dwóch części: części zadaniowej i teoretycznej; za każdą z tych części można otrzymać maksymalnie 30 punktów. Egzamin uznaje się za zdany jeśli spełnione są jednocześnie dwa warunki:
(1) ilość punktów za część teoretyczną jest większa lub równa 15,
(2) suma punktów z ćwiczeń, części zadaniowej i części teoretycznej egzaminu jest większa lub równa 61.
Łączną ocenę punktową studentów przelicza się na stopnie według poniższych zasad:
a) 3.0 jeżeli uzyskali od 61 do 70 pkt.
b) 3.5 jeżeli uzyskali od 71 do 80 pkt.
c) 4.0 jeżeli uzyskali od 81 do 90 pkt.
d) 4.5 jeżeli uzyskali od 91 do 105 pkt.
e) 5.0 jeżeli uzyskali powyżej 105 pkt.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, wyd. XVII, PWN, Warszawa, 2012.
2. A. Dembińska, B. Karpińska, J. Kotus, Analiza matematyczna I dla studentów informatyki, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2016.
3. K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, 2007.
4. A. Birkholc, Analiza matematyczna dla nauczycieli, PWN, 1980.

**Witryna www przedmiotu:**

.

**Uwagi:**

.

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka W01:**

Zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej i jego zastosowania

Weryfikacja:

egzamin pisemny

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** DS\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_WG

**Charakterystyka W02:**

Zna podstawy rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej - funkcje pierwotne, całkę Riemanna, całki niewłaściwe - oraz ich zastosowania

Weryfikacja:

Egzamin pisemny

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** DS\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_WG

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka U01:**

Potrafi definiować funkcje i opisywać ich własności. Posługuje się pojęciem granicy funkcji. Potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i stosować je w zagadnieniach praktycznych

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** DS\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW

**Charakterystyka U02:**

Potrafi obliczać pochodne, zna rozwinięcia Taylora i umie je stosować. Umie wykorzystać metody rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej w poszukiwaniu ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniu przebiegu funkcji

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** DS\_U09, DS\_U01, DS\_U02

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW

**Charakterystyka U03:**

Umie całkować funkcje korzystając z podstawowych całek, ze wzoru na całkowanie przez części i podstawienie, zna sposoby całkowania ważnych klas funkcji. Potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens pojęcia całki oraz stosować je w zagadnieniach praktycznych

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** DS\_U01, DS\_U02, DS\_U09

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW