**Nazwa przedmiotu:**

Analiza II

**Koordynator przedmiotu:**

dr hab. Ewa Bednarczuk, Prof. PW

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Mechatronika Pojazdów i Maszyn Roboczych

**Grupa przedmiotów:**

Matematyka

**Kod przedmiotu:**

1120-00000-IZP-0114

**Semestr nominalny:**

2 / rok ak. 2022/2023

**Liczba punktów ECTS:**

4

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. Liczba godzin kontaktowych – 30 godzin, w tym:
a) wykład - 16 godz.;
b) ćwiczenia - 8 godz.;
c) konsultacje - 3 godz.;
d) egzamin - 3 godz.

2. Praca własna studenta – 70 godzin, w tym:
a) 46 godz. – bieżące przygotowywanie się do ćwiczeń i wykładów (analiza literatury, rozwiązywanie zadań);
b) 12 godz. - przygotowywanie się do kolokwiów;
c) 12 godz. – przygotowywanie się do egzaminu.

3. RAZEM – 100 godzin.

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

1 punkt ECTS – liczba godzin kontaktowych - 30, w tym:
a) wykład - 16 godz.;
b) ćwiczenia - 8 godz.;
c) konsultacje - 3 godz.;
d) egzamin - 3 godz.

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 15h |
| Ćwiczenia:  | 15h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Znajomość matematyki na poziomie programu szkoły średniej oraz znajomość Analizy I na poziomie programu realizowanego w Semestrze zimowym.

**Limit liczby studentów:**

-

**Cel przedmiotu:**

Poznanie wybranych działów analizy II (rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych), niezbędnych do studiowania przedmiotów kierunkowych.

**Treści kształcenia:**

Wykład:
Przestrzenie wektorowe, przestrzenie unormowane, przestrzeń Rk, ciągi w przestrzeni unormowanej.
Funkcje wielu zmiennych rzeczywistych, dziedzina zbiory poziomicowe. Granica funkcji w punkcie, ciągłość funkcji.
Pochodna kierunkowa, pochodna cząstkowa.
Pochodna. Związek różniczkowalności z ciągłością. Związek pochodnej z pochodnymi cząstkowymi i kierunkowymi
Gradient. Różniczka zupełna. Zastosowanie różniczki zupełnej do obliczania błędów.
Pochodna funkcji złożonej. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów.
Pochodne wyższych rzędów. Związek pochodnych cząstkowych wyższych rzędów z pochodnymi wyższych rzędów
Forma dwuliniowa. Druga różniczka.
Formy kwadratowe. Badanie określoności formy kwadratowej. Wzór Taylora.
Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych, Badanie ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Funkcje uwikłane.
Hiperpowierzchnie. Ekstrema warunkowe.
Ekstrema globalne (wartość najmniejsza i największa) funkcji na zbiorze.
Miara. Miara Jordana na płaszczyźnie. Obszary normalne.
Całka podwójna Riemanna. Całki iterowane.
Zmiana zmiennych w całce podwójnej. Zamiana liniowa. Współrzędne biegunowe. Współrzędne eliptyczne.
Całka podwójna po zbiorze symetrycznym . Całka podwójna niewłaściwa.
Zastosowanie całki podwójnej. Pole figury płaskiej. Objętość bryły. Pole powierzchni płata.
Obszary normalne w R3. Całka iterowana. Zamiana zmiennych w całce potrójnej. Współrzędne walcowe. Całka potrójna po zbiorze symetrycznym.
Współrzędne sferyczne.
Zastosowanie całki potrójnej, Objętość bryły. Średnia ważona funkcji. Masa bryły. Masa obszaru płaskiego. Moment statyczny bryły.
Środek ciężkości bryły. Moment bezwładności bryły. Moment bezwładności obszaru płaskiego.

Ćwiczenia:
Obliczanie granic ciągów w Rk. Badanie granicy funkcji i ciągłości
Wyznaczanie pochodnych kierunkowych, pochodnych cząstkowych i gradientu. Wyznaczanie hiperpłaszczyzny stycznej.
Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Badanie określoności form kwadratowych. Badanie ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych.
Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji na zbiorze.
Obliczanie całki podwójnej Riemanna. Całki iterowane po obszarach normalnych. Obliczanie całek podwójnych za pomocą zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe. Obliczanie pól obszarów płaskich, objętości brył.
Całka potrójna. Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych z wykorzystaniem zamiany zmiennych na współrzędne walcowe i sferyczne.
Obliczanie objętości brył, mas, momentów i środków ciężkości.

**Metody oceny:**

Wykład: egzamin pisemny - ocena końcowa ustalana na podstawie liczby uzyskanych punktów.
Ćwiczenia: kolokwia pisemne oraz aktywność na zajęciach - ocena końcowa ustalana na podstawie liczby uzyskanych punktów.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach.
2. W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyzszych uczelni technicznych. . Część A i B, PWN 2006.
3. M. Gewert, Z. Skoczyla, Analiza Matematyczna 2.
4. Fichtencholz: Rachunek Rózniczkowy i Całkowy.
5. W. Kołodziej: Analiza Matematyczna.
 6. Otto E. (red.), Matematyka dla wydziałów budowlanych i mechanicznych, Tom 1, PWN, 1978.
7. Otto E. (red.), Matematyka dla wydziałów budowlanych i mechanicznych, Tom 2, PWN, 1980.

**Witryna www przedmiotu:**

**Uwagi:**

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka 1120-00000-IZP-0114\_W01:**

Student wykazuje znajomość podstawowych pojęć z zakresu analizy II – rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych oraz umiejętność formułowania związanych z nimi twierdzeń i wykonywania niezbędnych obliczeń.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 1 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-IZP-0114\_W02:**

Student posiada wiedzę z zakresu całki podwójnej i potrójnej Riemanna obejmującą obliczanie całek po obszarach normalnych oraz zastosowania całki podwójnej .

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka 1120-00000-IZP-0102\_U02:**

Student potrafi obliczać całki podwójne i potrójne i zna ich zastosowania .

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczeń liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-IZP-0114\_U01:**

Student potrafi wykonywać obliczenia związanie z wyznaczaniem pochodnych cząstkowych dowolnego rzędu funkcji wielu zmiennych, badać ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 1 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - kompetencje społeczne

**Charakterystyka 1120-00000-IZP-0114\_K01 :**

Student jest świadomy rangi posiadania wykształcenia, potrafi określić priorytety służące realizacji tego celu.

Weryfikacja:

Kontakt ze studentem na wykładzie i ćwiczeniach

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_K01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**