**Nazwa przedmiotu:**

Równania różniczkowe

**Koordynator przedmiotu:**

dr inż. Andrzej Winnicki

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Mechatronika Pojazdów i Maszyn Roboczych

**Grupa przedmiotów:**

Matematyka

**Kod przedmiotu:**

1120-00000-ISP-0115

**Semestr nominalny:**

2 / rok ak. 2022/2023

**Liczba punktów ECTS:**

5

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. Liczba godzin kontaktowych – 65 godzin, w tym:
a) wykład - 30 godz.;
b) ćwiczenia - 30 godz.;
c) konsultacje - 2 godz.;
d) egzamin - 3 godz.

2. Praca własna studenta – 70 godzin, w tym:
a) 40 godz. – bieżące przygotowywanie się do ćwiczeń i wykładów (analiza literatury);
b) 20 godz. - przygotowywanie się do kolokwiów;
c) 10 godz. –przygotowywanie się do egzaminu.

3. RAZEM – 135 godzin.

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

 2,6 punktu ECTS – liczba godzin kontaktowych – 65, w tym:
a) wykład - 30 godz.;
b) ćwiczenia - 30 godz.;
c) konsultacje - 2 godz.;
d) egzamin - 3 godz.

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

-

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 30h |
| Ćwiczenia:  | 30h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej (w zakresie programu Analizy 1).

**Limit liczby studentów:**

-

**Cel przedmiotu:**

Poznanie wybranych działów równań różniczkowych zwyczajnych, teorii szeregów liczbowych, funkcyjnych i Fouriera oraz geometrii różniczkowej, niezbędnych do studiowania przedmiotów kierunkowych.

**Treści kształcenia:**

Wykład
1. Równania różniczkowe zwyczajne
Podstawowe definicje. Klasyfikacja równań różniczkowych. Rozwiązania ogólne i szczególne. Zagadnienie Cauchy’ego dla równań różniczkowych zwyczajnych. Twierdzenia Peano i Picarda. Równania różniczkowe rzędu pierwszego:
- równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych,
- równania różniczkowe sprowadzalne do równań o zmiennych rozdzielonych,  równania różniczkowe liniowe,
- równanie różniczkowe Bernoulliego.
Równania różniczkowe rodziny linii. Linie ortogonalne.
Równania różniczkowe rzędu drugiego:
- równania różniczkowe sprowadzalne do równań pierwszego rzędu,
- równania różniczkowe liniowe,
- równania różniczkowe liniowe niejednorodne o stałych współczynnikach, metoda uzmiennienia stałych i metoda przewidywań.
Równania różniczkowe liniowe rzędu n o stałych współczynnikach.
Układy równań różniczkowych.
2. Szeregi liczbowe
Definicja sumy szeregu. Warunek konieczny zbieżności. Kryteria zbieżności szeregów: porównawcze, d’Alemberta, Cauchy’ego, całkowe, Leibniza.
3. Ciągi i szeregi funkcyjne
Zbieżność punktowa i jednostajna szeregu, twierdzenie Weierstrassa o zbieżności szeregu funkcyjnego.
Szeregi potęgowe, twierdzenie Cauchy’ego-Hadamarda, rozwijanie funkcji w szeregi Taylora i Maclaurina.
4. Szeregi Fouriera
Definicja szeregu trygonometrycznego i szeregu Fouriera, wzory Eulera-Fouriera, warunki Dirichleta.
5. Elementy geometrii różniczkowej
Krzywe płaskie:
- definicja krzywej płaskiej, postać parametryczna, jawna oraz uwikłana równania krzywej, łuk regularny, krzywa regularna, orientacja łuku i krzywej,
- wektor styczny i normalny, równanie stycznej,
- krzywizna, okrąg krzywiznowy,
- ewoluta i ewolwenta krzywej,
- obwiednia jednoparametrowej rodziny krzywych płaskich.
Krzywe w przestrzeni:
- krzywizna i torsja krzywej przestrzennej,
- trójścian Freneta.
Ćwiczenia
1. Równania różniczkowe zwyczajne
Równania różniczkowe rzędu pierwszego:
- identyfikacja typów równań,
- wyznaczanie rozwiązań ogólnych,
- rozwiązywanie zagadnienia Cauchy’ego,
Wyznaczanie równań różniczkowych rodziny linii oraz równań linii ortogonalnych.
Równania różniczkowe rzędu drugiego:
- rozwiązywanie równań sprowadzalnych do równań pierwszego rzędu,
- rozwiązywanie równań różniczkowych liniowych jednorodnych,
- rozwiązywanie równań różniczkowych liniowych niejednorodnych o stałych współczynnikach metodą uzmiennienia stałych i metodą przewidywań. Rozwiązywanie równań różniczkowych liniowych rzędu n o stałych współczynnikach.
Rozwiązywanie układów równań różniczkowych.
2. Szeregi liczbowe - badanie zbieżności szeregów.
3. Ciągi i szeregi funkcyjne - wyznaczanie przedziałów zbieżności szeregów potęgowych, rozwijanie funkcji w szeregi Taylora i Maclaurina.
4. Szeregi Fouriera - wyznaczanie szeregów Fouriera.
5. Elementy geometrii różniczkowej
Krzywe płaskie:
- wyznaczanie równań krzywych,
- konstrukcja wektora stycznego i normalnego, wyznaczanie równania stycznej,
- wyznaczanie krzywizny i okręgu krzywiznowego,
- wyznaczanie ewoluty, ewolwenty oraz obwiedni jednoparametrowej rodziny krzywych płaskich.
Krzywe w przestrzeni:
- wyznaczanie krzywizny i torsji krzywej przestrzennej,
- wyznaczanie płaszczyzny normalnej, ściśle stycznej i rektyfikacyjnej
oraz trójścianu Freneta.

**Metody oceny:**

Wykład: egzamin pisemny - ocena końcowa ustalana na podstawie liczby uzyskanych punktów.
Ćwiczenia: kolokwia pisemne oraz aktywność na zajęciach - ocena końcowa ustalana na podstawie liczby uzyskanych punktów.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. Gewert M., Skoczylas Z., Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania Oficyna Wydawnicza GiS, 2011.
2. Nawrocki J., Matematyka 30 wykładów z ćwiczeniami, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Wyd. 2, 2007.
3. Krysicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach cz.2, PWN, 2006.
4. Otto E. (red.), Matematyka dla wydziałów budowlanych i mechanicznych, tom II, PWN, 1980.
5. Leitner R., Zarys matematyki wyższej dla studentów. Cz. II. Rachunek całkowy, równania różniczkowe, funkcje zespolone, przekształcenie Laplace'a, WNT, 2001.
6. Matwiejew M., Zadania z równań różniczkowych zwyczajnych, PWN, 1974.

**Witryna www przedmiotu:**

-

**Uwagi:**

-

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_W01:**

Student wykazuje znajomość klasyfikacji równań różniczkowych zwyczajnych oraz technik rozwiązywania wybranych typów równań.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 1 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMChtr\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_W02:**

Student posiada podstawową wiedzę z teorii szeregów liczbowych i funkcyjnych.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMChtr\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_W03:**

Student ma uporządkowaną wiedzę w zakresie podstaw geometrii różniczkowej.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMChtr\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_U01:**

Student potrafi identyfikować typ równania różniczkowego i zastosować odpowiednią metodę jego rozwiązania.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczenia przedmiotu liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 1 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_U02:**

Student potrafi zastosować odpowiednie kryteria do zbadania zbieżności szeregów liczbowych, rozwijać funkcje w szeregi Taylora oraz Maclaurina oraz wyznaczać szeregi Fouriera.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczeń liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka 1120-00000-ISP-0115\_U03:**

Student potrafi wykorzystać metody analizy matematycznej do badania właściwości krzywych, wyznaczać krzywiznę, torsję oraz elementy trójścianu Freneta.

Weryfikacja:

Uzyskanie wymaganej regulaminem zaliczeń liczby punktów z tytułu aktywności na zajęciach, kolokwium 2 i egzaminu.

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** KMchtr\_U01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**