**Nazwa przedmiotu:**

Geometria i algebra liniowa

**Koordynator przedmiotu:**

dr hab. Jolanta Żak, prof. uczelni, Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej, Zakład Inżynierii Systemów Transportowych i Logistyki

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Transport

**Grupa przedmiotów:**

Obowiązkowe

**Kod przedmiotu:**

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2022/2023

**Liczba punktów ECTS:**

4

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

120 godz., w tym: praca na wykładach 18 godz., praca na ćwiczeniach audytoryjnych 18 godz., studiowanie literatury przedmiotu 16 godz., samodzielne rozwiązywanie zadań 28 godz., konsultacje 3 godz., przygotowanie do kolokwiów: 15 godz., przygotowanie się do egzaminu 20 godz., udział w egzaminie 2 godz.

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

1,5 pkt. ECTS (41 godz., w tym: praca na wykładach 18 godz., praca na ćwiczeniach audytoryjnych 18 godz., konsultacje 3 godz., udział w egzaminie 2 godz.).

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

0

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 30h |
| Ćwiczenia:  | 30h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

brak

**Limit liczby studentów:**

Wykład: 100 osób, ćwiczenia audytoryjne: 30 osób.

**Cel przedmiotu:**

Nabycie podstawowej wiedzy z zakresu algebry i geometrii niezbędnej w dalszym toku studiów. Wykształcenie umiejętności formułowania i rozwiązywania problemów matematycznych z zakresu wiedzy inżynierskiej.

**Treści kształcenia:**

Wykład:
Elementy logiki matematycznej, podstawowe działania logiczne, tautologie, funkcje zdaniowe, kwantyfikatory, elementy teorii mnogości, pojęcie zbioru, działania na zbiorach, zbiory otwarte i domknięte, iloczyn kartezjański zbiorów, relacje i funkcje, relacje równoważności i klasy abstrakcji, działania nieskończone, indukcja matematyczna, ciało liczb zespolonych, definicja liczby zespolonej i działań, sprzężenie, moduł i postać trygonometryczna liczby zespolonej, interpretacja geometryczna liczby zespolonej, wyznaczanie pierwiastka kwadratowego z liczby zespolonej, wzory Moivrea na wyznaczanie potęgi i pierwiastka liczby zespolonej, wielomiany i równania algebraiczne na ciele liczb zespolonych, zasadnicze twierdzenie algebry, pierwiastki równań algebraicznych o współczynnikach rzeczywistych, wzory Eulera, macierze i wyznaczniki, macierz jako operator liniowy, pojęcie wyznacznika i jego własności, rozwinięcie Laplace'a, zastosowanie operacji niezmienniczych dla wyznacznika do obliczania wyznaczników, działania na macierzach, pojecie macierzy odwrotnej i jej wyznaczanie, algebra macierzy, twierdzenie Cauchyego dla macierzy i jego zastosowania, pojęcie rzędu macierzy i jego wyznaczanie, układy równań liniowych, twierdzenie Cramera i wyznaczanie rozwiązania układu równań poprzez odwracanie macierzy, metoda eliminacji Gaussa,, rozwiązanie układów równań jednorodnych, twierdzenie Kroneckera-Capelliego, rozwiązywanie układów równań liniowych z parametrem, przestrzenie metryczne, definicja i przykłady, pojęcie grupy i pierścienia, przestrzenie wektorowe, definicja i przykłady, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni, podprzestrzeń liniowa p,w, związek wymiaru podprzestrzeni liniowej p,w, z rzędem macierzy, przestrzeń euklidesowa n-wymiarowa, wektory związane i wektory swobodne, iloczyn skalarny, wektory prostopadłe i równoległe, kąt pomiędzy wektorami, rzut wektora na zadany kierunek, definicja i wyznaczanie iloczynu wektorowego, jego zastosowania w geometrii, iloczyn mieszany, pojęcie hiperpłaszczyzny, wektor, prosta i płaszczyzna w przestrzeni euklidesowej 2 i 3-wymiarowej, podstawowe własności, wyznaczenie kątów i odległości, krzywe stożkowe, definicja i własności, zastosowania w mechanice i optyce, powierzchnie stopnia drugiego,
Ćwiczenia audytoryjne:
Dowodzenie podstawowych twierdzeń logiki i algebry zbiorów, wykorzystanie kwantyfikatorów do formułowania twierdzeń matematycznych, dowodzenie twierdzeń metodą indukcji matematycznej, obliczanie wyrażeń arytmetycznych w dziedzinie zespolonej, wyznaczanie postaci trygonometrycznej, potęgi naturalnej i pierwiastków liczby zespolonej, wyznaczanie pierwiastków równań algebraicznych w dziedzinie zespolonej, obliczanie wyznaczników dowolnego stopnia, wykonywanie działań na macierzach, wyznaczanie macierzy odwrotnej oraz rzędu macierzy, rozwiązywanie układów równań liniowych oraz równań liniowych z parametrami, zastosowanie wiedzy z dziedziny przestrzeni wektorowych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej, wyznaczanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni euklidesowej, opis prostych i płaszczyzn w przestrzeni 2 i 3 wymiarowych, zastosowanie wiedzy o krzywych stożkowych do rozwiązywania zadań z planimetrii

**Metody oceny:**

Wykład: egzamin pisemny, 5 zadań otwartych, wymagane jest uzyskanie ponad 50% punktów.
Ćwiczenia audytoryjne: 2 kolokwia pisemne, wymagane jest uzyskanie ponad 50% punktów z każdego.
Ocena zintegrowana: średnia arytmetyczna ocen z poszczególnych form zajęć.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1) Leitner R., Zarys matematyki wyższej, część I i II, WNT, Warszawa;
2) Fichtenholz G.M., Rachunek różniczkowy i całkowy, części I, II, III, PWN, Warszawa;
3) Leitner R., Matuszewski W., Rojek Z., Zadania z matematyki wyższej, część I i II, WNT, Warszawa (podstawowy zbiór zadań);
4) Krysicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, PWN, Warszawa;
5) Stankiewicz W., Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I, PWN, Warszawa.

**Witryna www przedmiotu:**

www.wt.pw.edu.pl

**Uwagi:**

O ile nie powoduje to zmian w zakresie powiązań danego przedmiotu z efektami uczenia się określonymi dla programu studiów w treściach kształcenia mogą być wprowadzane na bieżąco zmiany związane z uwzględnieniem najnowszych osiągnięć naukowych.

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka W01:**

Posiada wiedzę w zakresie algebry, w szczególności: algebry liniowej, elementów logiki i algebry abstrakcyjnej, ciała liczb zespolonych, rachunku macierzowego, układów równań liniowych

Weryfikacja:

Kolokwium 1 ( 4 zadania z zakresu efektu, wymagane jest poprawne rozwiązanie jednego z tych zadań)
3 zadania na egzaminie

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** P6U\_W, I.P6S\_WG.o

**Charakterystyka W02:**

Posiada wiedzę w zakresie geometrii analitycznej, w szczególności: przestrzeni wektorowych, podprzestrzeni liniowych i hiperpłaszczyzn, krzywych i powierzchni stopnia drugiego

Weryfikacja:

Kolokwium 1 ( 4 zadania z zakresu efektu, wymagane jest poprawne rozwiązanie jednego z tych zadań)
3 zadania na egzaminie

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** P6U\_W, I.P6S\_WG.o

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka U01:**

Potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych i macierzach, rozwiązywać równania w dziedzinie zespolonej oraz rozwiązywać układy równań z wykorzystaniem macierzy

Weryfikacja:

4 zadania na drugim kolokwium, wymagane jest uzyskanie ponad 50% punktów

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_U11

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** P6U\_U, I.P6S\_UW.o, III.P6S\_UW.o

**Charakterystyka U02:**

Potrafi wykonać działania na macierzach, rozwiązywać układy równań z wykorzystaniem macierzy

Weryfikacja:

4 zadania na drugim kolokwium, wymagane jest uzyskanie ponad 50% punktów

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_U11

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** P6U\_U, I.P6S\_UW.o, III.P6S\_UW.o