**Nazwa przedmiotu:**

Logika i teoria mnogości

**Koordynator przedmiotu:**

mgr inż. Żaneta Trębska

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Informatyka

**Grupa przedmiotów:**

Przedmioty techniczne

**Kod przedmiotu:**

LTM

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2012/2013

**Liczba punktów ECTS:**

5

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

- udział w wykładach: 15×2=30 godz.,
- udział w ćwiczeniach: 15×2=30godz.,
- przygotowanie do wykładów (przejrzenie konspektów i notatek) : 15godz.,
- przygotowanie do ćwiczeń (rozwiązanie kilku zadań z udostępnionych zestawów): 30godz.,
- przygotowanie do kolokwiów: 3×5=15 godz.
- udział w konsultacjach: 5godz,
Razem 125 godzin

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

3 punkty - ćwiczenia, wykłady i konsultacje

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład: | 30h |
| Ćwiczenia: | 30h |
| Laboratorium: | 0h |
| Projekt: | 0h |
| Lekcje komputerowe: | 0h |

**Wymagania wstępne:**

wiedza i umiejętności z zakresu matematyki w szkole średniej (poziom rozszerzony)

**Limit liczby studentów:**

150

**Cel przedmiotu:**

- zapoznanie studentów z podstawową wiedzą z zakresu podstaw logiki, teorii mnogości i algebry abstrakcyjnej;
- ukształtowanie umiejętności sprawnego posługiwania się pojęciami zbioru, relacji, funkcji, grupy i pierścienia

**Treści kształcenia:**

TREŚĆ WYKŁADU:
1. Podstawowe wiadomości dotyczące logiki klasycznej (2h)
-Rachunek zdań: funktory logiczne i tautologie - powtórzenie i uzupełnienie wiadomości;
- Rachunek predykatów - definicje funkcji zdaniowej i kwantyfikatorów, podstawowe prawa rachunku kwantyfikatorów.
2. Rachunek zbiorów (2h)
- podstawowe własności działań teoriomnogościowych: sumy, przecięcia i różnicy zbiorów;
- Rodziny indeksowane zbiorów, uogólnione sumy i iloczyny, iloczyn kartezjański, zbiór potęgowy;
3. Relacje i ich własności własności relacji (7h)
- Podstawowe własności relacji, relacja równoważności – klasy abstrakcji, zbiór ilorazowy;
- Funkcje jako relacje. Obrazy i przeciwobrazy zbiorów wyznaczone przez funkcje.
- Porządki częściowe i liniowe. Elementy największe i najmniejsze, maksymalne i minimalne, kresy zbiorów. Kraty. Porządki gęste, ciągłe i dobre.
4. Elementy algebry abstrakcyjnej (9h)
- Działania algebraiczne, podstawowe struktury: półgrupy, monoidy, grupy, algebry Boole’a, homomorfizmy algebr.
- Podstawowe własności i przykłady grup, podgrupy, grupy cykliczne, grupy permutacji, izomorfizm grup;
- Warstwy wyznaczone przez podgrupę, podgrupy normalne, grupy ilorazowe, homomorfizmy.
- Podstawowe własności i przykłady pierścieni, elementy odwracalne, dzielniki zera, pierścienie wielomianów;
- Podstawowe własności i przykłady ciał, pierścienie ilorazowe, równania wielomianowe w pierścieniach.
5. Podstawowe informacje z teorii mocy (5h).
- Równoliczność zbiorów. Zbiory przeliczalne i zbiory nieprzeliczalne. Metoda przekątniowa Cantora
- Liczby kardynalne, arytmetyka liczb kardynalnych;
- Porównywanie mocy zbiorów, hipoteza continuum.
6. Wstęp do teorii rekursji – funkcje, relacje i zbiory rekurencyjne oraz pierwotnie rekurencyjne (2h)
7. Podstawy sformalizowanych teorii matematycznych. Rozstrzygalność, niesprzeczność i zupełność teorii - twierdzenia Goedla, nurty filozofii w matematyce (3h).
Studentom udostępniane są, na stronie www, konspekty wszystkich wykładów. Teoria (definicje, twierdzenia, itd.) prezentowana jest na wykładzie przy pomocy slajdów, przykłady i zadania rozwiązywane na tablicy.
ZAKRES ĆWICZEŃ:
1. Dowodzenie praw rachunku zdań, rachunku kwantyfikatorów i teorii mnogości, wyznaczanie uogólnionych sum i przecięć indeksowanych rodzin zbiorów (6h).
2. Badanie własności relacji. Wyznaczanie klas abstrakcji relacji równoważności. Badanie własności funkcji. Znajdowanie obrazów i przeciwobrazów zbiorów (4h)
3. Badanie własności zbiorów częściowo uporządkowanych. Wyznaczanie elementów wyróżnionych i kresów zbiorów.(2h)
4. Badanie własności grup, wyznaczanie podgrup i homomorfizów, konstrukcja grup ilorazowych.(4h)
5. Badanie własności pierścieni, znajdowanie elementów odwracalnych i dzielników zera. Rozwiązywanie równań w pierścieniach skończonych. Konstrukcja pierścieni ilorazowych i badanie ich własności (4h)
6. Dowodzenie przeliczalności i nieprzeliczalności zbiorów. Wyznaczanie mocy zbiorów. (4h)

**Metody oceny:**

Trzy kolokwia w czasie semestru i kolokwium poprawkowe dla studentów, którzy nie zaliczyli przedmiotu

**Egzamin:**

nie

**Literatura:**

1. H. Rasiowa, Wstęp do matematyki współczesnej, PWN,
2. W. Marek, J. Onyszkiewicz, Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach, PWN,
3. J. Kraszewski, Wstęp do matematyki, WNT,
4. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, tom 1,3, PWN
5. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN
6. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT

**Witryna www przedmiotu:**

studia.elka.pw.edu.pl

**Uwagi:**

Studentom udostępniane są , z wyprzedzeniem, zestawy zadań (12 zestawów), przerabiane na ćwiczeniach. Sprawdzanie wiedzy w czasie semestru realizowane jest przez 3 kolokwia, na których studenci rozwiązują zadania podobne do przerabianych na ćwiczeniach.

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt LTM\_W01:**

- zna podstawowe prawa rachunku zdań i predykatów, zna własności działań na zbiorach, zna własności relacji i różne przykłady relacji, w szczególności podstawowe własności funkcji zna własności relacji równoważności i relacji porządku; zna podstawowe przykłady ilustrujące poznane pojęcia

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 1

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_W02:**

- zna podstawowe własności działań algebraicznych oraz podstawowe własności grup i pierścieni, zna pojęcie homomorfizmu algebr, zna przykłady grup i pierścieni, oraz przykłady grup izomorficznych, zna pojęcie podgrupy, podpierścienia, ideału pierścienia oraz warstwy, - zna definicję i przykłady ciał, zna konstrukcję pierścieni ilorazowych, zna podstawowe własności pierścienia wielomianów.

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 2, 3

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_W03:**

- zna pojęcie równoliczności zbiorów oraz przykłady zbiorów przeliczalnych i zbiorów mocy kontinuum, - zna podstawowe liczby kardynalne i własności działań na liczbach kardynalnych; - zna definicje funkcji, relacji i zbiorów rekurencyjnych i pierwotnie rekurencyjnych oraz podstawowe przykłady obiektów pierwotnie rekurencyjnych - zna podstawowe aksjomaty teorii mnogości,

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 3

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt LTM\_U01:**

umie sprawdzić prawdziwość zdań złożonych oraz zdań zapisanych z użyciem kwantyfikatorów, potrafi dowodzić podstawowe prawa rachunku zbiorów, umie wykonywać podstawowe działania na zbiorach oraz wyznaczać uogólnione sumy i przecięcia indeksowanych rodzin zbiorów

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 1

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_U02:**

- umie sprawdzać własności relacji, potrafi wyznaczyć klasy abstrakcji relacji równoważności, umie sprawdzić, czy funkcja jest różnowartościowa i czy jest surjekcją, potrafi wyznaczyć obrazy i przeciwobrazy zbiorów wyznaczone przez funkcje

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 1

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_U03:**

- potrafi narysować diagram zbioru uporządkowanego, wskazać w zbiorze uporządkowanym łańcuchy, elementy minimalne, maksymalne i najmniejszy i największy, umie wyznaczać kresy zbiorów

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 1

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_U04:**

- umie badać podstawowe własności grup, potrafi wskazać podgrupy, generatory grup i podgrup cyklicznych, umie wyznaczać homomorfizmy grup oraz wyznaczyć obraz i jądro homomorfizmu, potrafi konstruować grupy ilorazowe, potrafi zapisać permutacjie w postaci iloczynu cykli rozłącznych, umie wyznaczyć znak permutacji

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 2

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_U05:**

- potrafi rozwiązywać równania w pierścieniach skończonych, umie skonstruować pierścienie ilorazowe, potrafi sprawdzić, czy dana algebra jest pierścieniem lub ciałem, potrafi sprawdzić czy podzbiór pierścienia jest podpierścieniem lub ideałem, potrafi wskazać w pierścieniu dzielniki zera i elementy nieodwracalne, potrafi znajdować odwrotności elementów pierścienia

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 2, 3

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt LTM\_U06:**

- potrafi wyznaczyć moce prostych zbiorów, potrafi na prostym poziomie wykazać równoliczność zbiorów i przeliczalność zbiorów, umie posługiwać się liczbami kardynalnymi

Weryfikacja:

ćwiczenia, konsultacje, kolokwium 3

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**