**Nazwa przedmiotu:**

Algebra z geometrią

**Koordynator przedmiotu:**

dr inż. Agata Pilitowska, Wydział MiNI PW

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Fizyka Techniczna

**Grupa przedmiotów:**

Obowiązkowe

**Kod przedmiotu:**

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2009/2010

**Liczba punktów ECTS:**

5

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 30h |
| Ćwiczenia:  | 15h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Przed rozpoczęciem nauki przedmiotu student powinien:
- posiadać umiejętność logicznego myślenia w prowadzeniu rozumowań matematycznych, w szczególności w dowodzeniu twierdzeń
- swobodnie wykonywać podstawowe działania algebraiczne w zakresie liczb rzeczywistych.

**Limit liczby studentów:**

**Cel przedmiotu:**

W wyniku zaliczenia przedmiotu student uzyskuje umiejętność rozwiązywania zagadnień związanych z prostą i płaszczyzną w przestrzeniach rzeczywistych. Posiada wiedzę na temat podstawowych struktur algebraicznych w szczególności grup permutacji i ciała liczb zespolonych. Nabywa wiedzę o przekształcaniu macierzy i obliczaniu wyznaczników. Potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Swobodnie operuje wektorami w przestrzeniach wektorowych nad ciałami liczb rzeczywistych i zespolonych. Poznaje przekształcenia liniowe. Potrafi sprowadzić macierz do postaci diagonalnej i znaleźć bazę ortogonalną w przestrzeniach unitarnych.

**Treści kształcenia:**

Wykład.
1. Geometria analityczna w przestrzeniach rzeczywistych: Punkty i wektory. Nierówność Schwartza. Norma wektora, nierówność trójkąta. Iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany wektorów. Równanie prostej i płaszczyzny.
2. Podstawowe struktury algebraiczne: Grupy, grupy permutacji. Pierścienie i ciała. Ciało liczb zespolonych.
3. Układy równań liniowych: Macierze i działania na macierzach. Metoda eliminacji Gaussa. Macierz odwrotna i sposoby jej obliczania. Metody rozwiązywania układów równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego. Podstawowe własności i metody obliczania wyznaczników. Przykłady zastosowania wyznaczników.
4. Przestrzenie i podprzestrzenie wektorowe nad ciałami liczb rzeczywistych i zespolonych: Układy wektorów, liniowa niezależność. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej. Suma i suma prosta podprzestrzeni wektorowych.
5. Odwzorowania liniowe: Jądro i obraz przekształcenia liniowego. Macierz przekształcenia liniowego w różnych bazach. Macierz złożenia przekształceń liniowych. Macierz przekształcenia odwrotnego. Macierze zmiany bazy.
6. Postać kanoniczna macierzy i operatorów: Podprzestrzenie niezmiennicze. Wartości własne i wektory własne macierzy i odwzorowania liniowego. Diagonalizacja macierzy odwzorowania liniowego.
7. Przestrzenie unitarne: Formy dwuliniowe hermitowskie. Iloczyn skalarny. Ortogonalizacja Gram-Schmidta. Bazy ortonormalne. Macierze i operatory hermitowskie. Twierdzenie spektralne dla operatorów hermitowskich.
Ćwiczenia:
1. Rozwiązywanie zagadnień dotyczących prostej i płaszczyzny w przestrzeniach rzeczywistych.
2. Przykłady grup i pierścieni. Rozkład permutacji na iloczyn cykli. Znajdowanie znaku permutacji. Rozwiązywanie równań w ciałach skończonych.
3. Przekształcanie macierzy metodą eliminacji Gaussa. Obliczanie macierzy odwrotnej. Rozwiązywanie układów równań liniowych. Obliczanie wyznaczników. Przykłady zastosowania wyznaczników.
4. Przykłady przestrzeni i podprzestrzeni wektorowych. Badanie liniowej niezależności wektorów. Znajdowanie bazy i obliczanie wymiaru przestrzeni wektorowych.
5. Przykłady odwzorowań liniowych. Obliczanie jądra i obrazu przekształcenia liniowego. Znajdowanie macierzy przekształcenia liniowego w różnych bazach. Obliczanie macierzy złożenia przekształceń liniowych oraz macierzy przekształcenia odwrotnego. Szukanie macierzy zmiany bazy.
6. Obliczanie wartości własnych i wektorów własnych macierzy i odwzorowania liniowego. Sprowadzanie macierzy do postaci diagonalnej.
7. Znajdowanie bazy ortogonalnej w przestrzeniach unitarnych metodą ortogonalizacji Gram-Schmidta.

**Metody oceny:**

W trakcie semestru przewidziane są na ćwiczeniach dwa kolokwia, za które można uzyskać po maksimum 20 punktów.
Końcową ocenę z przedmiotu student uzyskuje na podstawie egzaminu. Egzamin składa się z części pisemnej i z części ustnej.
Studenci, którzy uzyskają minimum 28 punktów z ćwiczeń są zwolnieni z części pisemnej egzaminu i przystępują jedynie do części ustnej, która weryfikuje wiadomości teoretyczne. W trakcie egzaminu ustnego każdy student zobowiązany jest do odpowiedzi na 3 losowo wybrane pytania. Ocena końcowa z egzaminu uzależniona jest od jakości odpowiedzi na zadane pytania.
Dla osób, które uzyskały z ćwiczeń mniej niż 28 punktów przedmiot kończy się egzaminem pisemnym sprawdzającym umiejętność rozwiązywania zadań. Na egzaminie pisemnym można uzyskać maksimum 60 punktów. Osoby, które uzyskają łącznie z ćwiczeń i z egzaminu co najmniej 51 punktów otrzymają z egzaminu ocenę dostateczną.
Osoby, które uzyskają więcej niż 60 punktów mogą podwyższyć proponowaną ocenę w trakcie egzaminu ustnego. Ocena końcowa z egzaminu uzależniona jest od jakości odpowiedzi na zadane pytania.
Student ma prawo do egzaminu poprawkowego. W części pisemnej egzaminu poprawkowego można uzyskać maksimum 60 punktów. Osoby, które uzyskają co najmniej 30 punktów otrzymują z egzaminu ocenę dostateczną. Osoby, które uzyskają co najmniej 34 punkty mogą podwyższyć proponowaną ocenę w trakcie egzaminu ustnego. Ocena końcowa z egzaminu uzależniona jest od jakości odpowiedzi na zadane pytania.

**Egzamin:**

**Literatura:**

1. K. Janich, Linear algebra, Springer-Verlag.
2. A. Kostrikin, Wstęp do algebry, 1-3 tom, PWN.
3. J. Klukowski, I. Nabiałek, Algebra dla studentów, WNT.
4. T. Świrszcz, Algebra liniowa z geometrią, Oficyna Wydawnicza PW.
5. B. Gdowski, E. Pluciński, Zadania z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej, PWN.
6. J. Klukowski, Algebra w zadaniach, Oficyna Wydawnicza PW.
7. I. Nabiałek, Zadania z algebry liniowej, WNT.
8. S. Przybyło, A. Szlachtowski, Algebra i geometria afiniczna w zadaniach, WNT.
9. pod red. A. Kostrikina, Zbiór zadań z algebry, PWN.

**Witryna www przedmiotu:**

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe